САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Кинельская Дарья

Сила светового давления, действующая на пылевую частицу хвоста кометы

(Доклад)

Научный руководитель:

педагог дополнительного

образования по астрономии

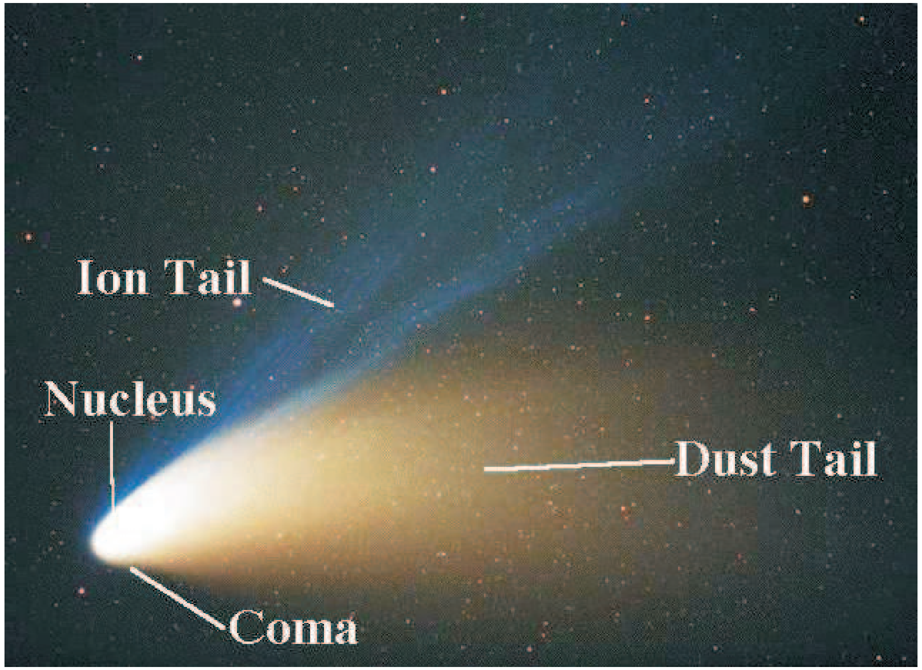
Снеткова Юлия Анатольевна[a]

[a] E-mail: selenia@land.ru

План доклада

1. Введение
2. Вычисление силы и потенциала светового давления
3. Численные результаты и сравнительный анализ
4. Заключение

1. Введение



√ Кометы – одни из самых удивительных и загадочных объектов Солнечной системы. Начало наблюдений комет восходит к глубокой древности.

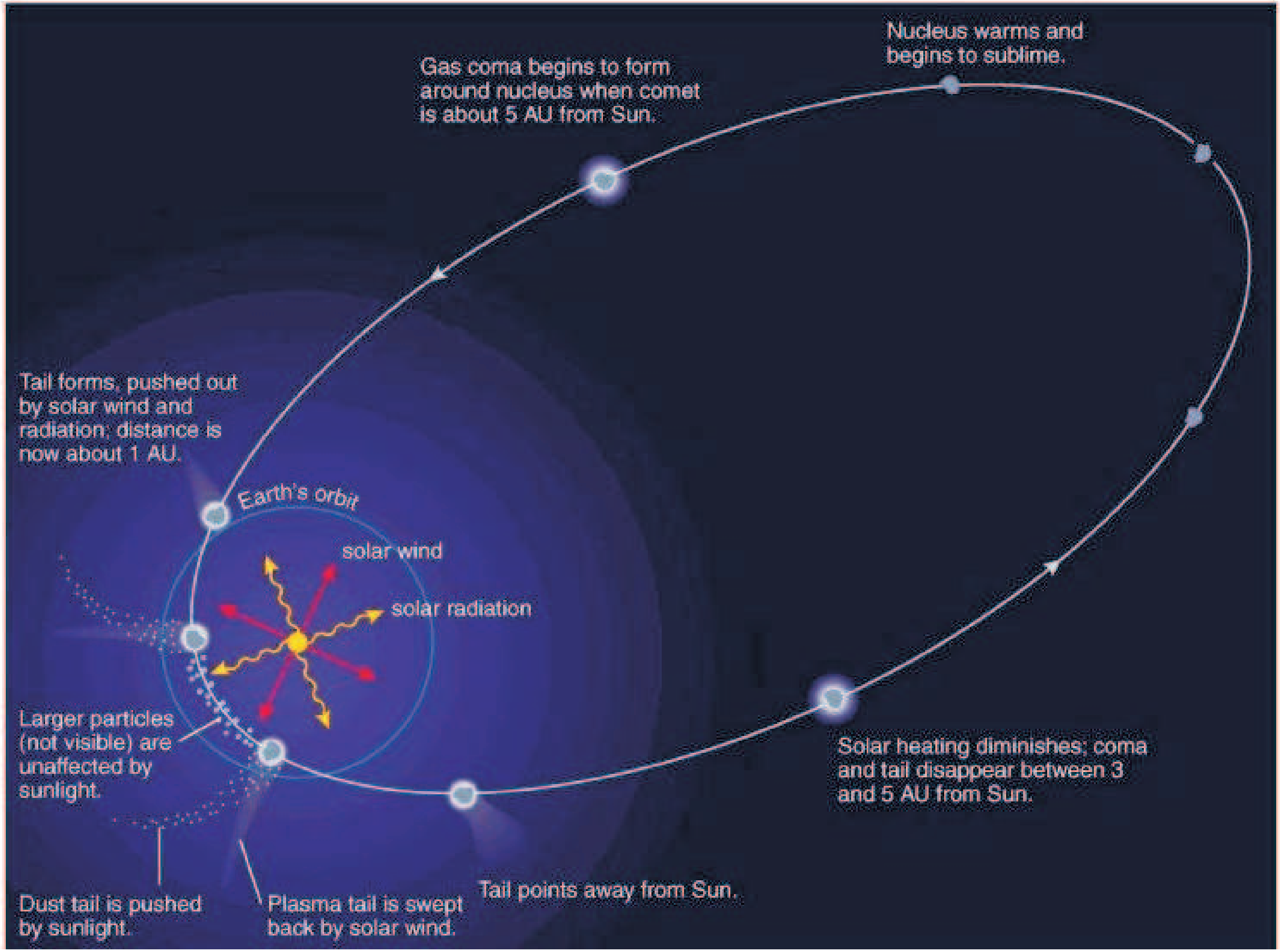
√ И. Кеплер (1619) - первое корректное предположение о природе кометных хвостов и действии света.

√ Ольберс и Брунс (начало XIX) - первые попытки определения отталкивательной силы Солнца по наблюдениям комет.

√ Бессель (1836) - первая работа о движении частиц хвоста кометы под действием силы притяжения Солнца и его отталкивательной силы.

- √ Ф.А. Бредихин (1878) - предложена классификация хвостов комет в зависимости от среднего значения отталкивательной силы, действующей на частицы хвоста кометы.
- √ Г.В. Ольберс - предположение об электрической природе отталкивательной силы. Его союзники - Цельльнер и Бредихин.
- √ Максвелл (середина XIX) - предсказание давления света на материальные тела.
- √ П.Н. Лебедев (1900) - экспериментальное открытие светового давления.

Опытные исследования показали, что световое давление играет ключевую роль в формировании пылевых хвостов комет.



Кинельская Дарья, Самарская областная физико-математическая школа

Прецизионный расчет силы светового давления необходим, потому что:

$\surd$ данная характеристика играет ключевую роль в описании эволюции комет;

$\surd$ для прямых космических исследований кометной материи необходимо точно определять законы движения ядра и частиц;

$\surd$ исследование кинематики хвостов комет позволит получить информацию о межпланетном магнитном поле, солнечной активности, электрическом поле Солнца и других физических процессах и явлениях в областях, далеких от Земли и от плоскости эклиптики (Бирман, Люст).

Результаты предшественников:

1. В большинстве наиболее известных работ по кометам ([1], [2]) использовалось приближенное выражение для силы светового давления, которое было получено в случае нормального падения излучения Солнца на плоскую черную площадку с использованием большого набора экспериментальных данных и чисто феноменологических зависимостей.
2. Рассеяние электромагнитного излучения на сферических частицах рассматривалось в теории Ми ([3], [4]). Однако в данной теории выражение для силы давления представлялось в виде бесконечного ряда, слагаемые которого невозможно было просуммировать и, следовательно, получить численные значения. Это создавало значительные неудобства в использовании полученного выражения.

[1] О.В. Добровольский Кометы // М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1966.-288с.

[2] К.И. Чурюмов Кометы и их наблюдение // М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.-160с.

[3] P.W. Barber, S.S. Hill Light scattering by particles: Computational Methods // Singapore, World Scientific, 1990.

[4] Hong Du Mie-scattering calculation // Applied Optics, **43** (**9**), 2004. P. 1951-1956.

Цель настоящей работы – построение алгоритма расчета силы светового давления и соответствующего эффективного светового давления (ЭСД) на более высоком уровне точности в случае сферической частицы пылевого хвоста кометы в рамках геометрической оптики.

Основные задачи данной работы:

1. Вычисление и анализ силы светового давления на сферическую силикатную частицу в приближении геометрической оптики.
2. Вычисление и анализ эффективного светового давления на пылевую частицу.
3. Построение механического потенциала светового давления.
4. Сравнительный анализ силы светового давления с силой притяжения, действующей на частицу со стороны Солнца.

Новизна результатов данной работы:

1. Минимальный набор экспериментальных данных и отсутствие чисто феноменологических зависимостей.

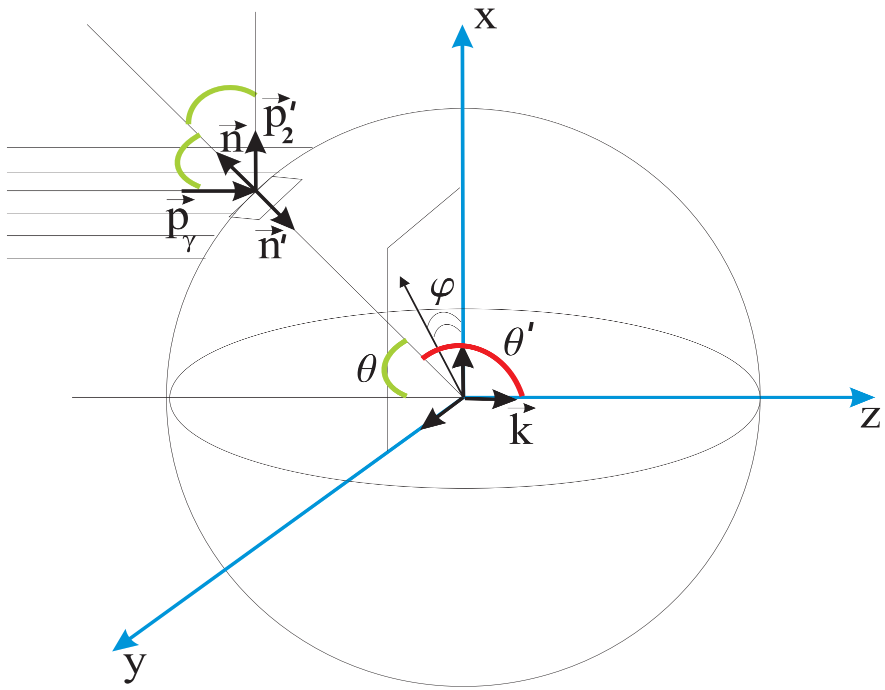
2. Учет геометрии формы частицы, глубокая и последовательная типизация элементарных процессов: отражения и поглощения световых лучей силикатной частицей.

2. Вычисление силы и потенциала светового давления

2.1. Модель физической системы:

1. Солнце – абсолютно черное тело с температурой поверхности $T_\odot = 5777$ K. Спектральная плотность энергетической светимости описывается формулой Планка.
2. Солнце по структуре – однородный шар радиуса $R_\odot$ со сферически-симметричным распределением массы. Неполяризованное излучение носит изотропный характер. Поглощением света межзвездной средой будем пренебрегать.
3. Данное излучение – поток фотонов с плоским волновым фронтом, направления векторов импульса которых определяется единичным вектором $\vec{k}$, направленным от Солнца.
4. Силикатная частица хвоста кометы – шар радиуса R_P из оптически однородной среды с показателем преломления $n(\omega)$.

2.2. Расчет силы и потенциала светового давления



Согласно второму и третьему законам Ньютона

$$\vec{F}_p = -\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}, \qquad (1)$$

где $\Delta \vec{P}$ – изменение импульса, претерпеваемое системой фотонов, падающих на частицу за время Δt.

Перепишем выражение (1) в проекциях на координатные оси:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{OX:}\ F_{px} = -\frac{\Delta P_x}{\Delta t} \\ \mathrm{OY:}\ F_{py} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta t} \\ \mathrm{OZ:}\ F_{pz} = -\frac{\Delta P_z}{\Delta t} \end{array}\right\}, \qquad (2)$$

где проекции ΔP_x, ΔP_y, ΔP_z определяются следующими выражениями:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta P_x = \Delta P_{1x} + \Delta P_{2x} \\ \Delta P_y = \Delta P_{1y} + \Delta P_{2y} \\ \Delta P_z = \Delta P_{1z} + \Delta P_{2z} \end{array}\right\}. \qquad (3)$$

ΔP_{1x}, ΔP_{1y}, ΔP_{1z} - проекции изменения импульса системы фотонов, падающих на частицу и поглощаемых последней за время Δt; ΔP_{2x}, ΔP_{2y}, ΔP_{2z} - проекции изменения импульса системы фотонов, падающих на частицу и отражаемых последней за тот же промежуток времени.

Рассмотрим процесс падения фотона на площадку dS. Проекции изменения импульса фотона, поглощенного частицей, определяются следующей системой выражений:

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_{1x} &= p'_{1x} - p_{1x} = 0 \\ \Delta p_{1y} &= p'_{1y} - p_{1y} = 0 \\ \Delta p_{1z} &= p'_{1z} - p_{1z} = -p_{\gamma} \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

В случае фотона, отраженного от площадки, проекции изменения импульса определяются системой:

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_{2x} &= p'_{2x} - p_{2x} = p_{\gamma} \sin 2\theta \cos\varphi, \\ \Delta p_{2y} &= p'_{2y} - p_{2y} = p_{\gamma} \sin 2\theta \sin\varphi, \\ \Delta p_{2z} &= p'_{2z} - p_{2z} = -p_{\gamma} \cos 2\theta - p_{\gamma} = -2p_{\gamma} \cos^2\theta \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

Спектральный поток фотонов через площадку dS

$$d\Phi(\omega) = \vec{j}(\omega) d\vec{S} = j(\omega) dS (\vec{k}\vec{n}') = j(\omega) dS \cos\theta. \tag{6}$$

Следовательно, изменение импульса, создаваемое системой фотонов, падающих на площадку dS за единицу времени с частотами $(\omega,\ \omega + d\omega)$ и поглощаемых последней, определяется выражением:

$$\left.\begin{aligned} dP_{1x} &= (1-\rho(\theta))d\Phi(\omega)\Delta p_{1x}d\omega = 0, \\ dP_{1y} &= (1-\rho(\theta))d\Phi(\omega)\Delta p_{1y}d\omega = 0, \\ dP_{1z} &= (1-\rho(\theta))d\Phi(\omega)\Delta p_{1z}d\omega = -p_\gamma(1-\rho(\theta))j(\omega)cos\theta dSd\omega \end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

где $\rho(\theta)$ - коэффициент отражения.

Аналогично для системы фотонов, отраженных частицей, имеем:

$$\left.\begin{aligned} dP_{2x} &= \rho(\theta)d\Phi(\omega)\Delta p_{2x}d\omega = 2p_\gamma\rho(\theta)j(\omega)\sin\theta\cos^2\theta\cos\varphi dSd\omega, \\ dP_{2y} &= \rho(\theta)d\Phi(\omega)\Delta p_{2y}d\omega = 2p_\gamma\rho(\theta)j(\omega)\sin\theta\cos^2\theta\sin\varphi dSd\omega, \\ dP_{2z} &= \rho(\theta)d\Phi(\omega)\Delta p_{2z}d\omega = -2p_\gamma\rho(\theta)j(\omega)cos^3\theta dSd\omega \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Следовательно, согласно (3), имеем:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta P_x = \Delta t \int (dP_{1x} + dP_{2x}) = \Delta t \int \int 2p_\gamma \rho(\theta) j(\omega) \sin\theta \cos^2\theta \cos\varphi dS d\omega, \\ \Delta P_y = \Delta t \int (dP_{1y} + dP_{2y}) = \Delta t \int \int 2p_\gamma \rho(\theta) j(\omega) \sin\theta \cos^2\theta \sin\varphi dS d\omega, \\ \Delta P_z = \Delta t \int (dP_{1z} + dP_{2z}) = \Delta t \int \int [-p_\gamma (1-\rho(\theta)) j(\omega) \cos\theta - \\ -2p_\gamma \rho(\theta) j(\omega) \cos^3\theta] dS d\omega \end{array}\right\}. \tag{9}$$

Перейдем в сферическую систему координат:

$$\left\{\begin{array}{c} x = R_P \sin\theta' \cos\varphi = R_P \sin\theta \cos\varphi \\ y = R_P \sin\theta' \sin\varphi = R_P \sin\theta \sin\varphi \\ z = R_P \cos\theta' = -R_P \cos\theta \end{array}\right\}, \tag{10}$$

где $\theta' = \pi - \theta$.

Элемент площади

$$dS = R_P^2 \sin\theta' d\varphi d\theta' = -R_P^2 \sin\theta d\varphi d\theta,$$

при этом

$$0 \le \varphi \le 2\pi, \qquad \frac{\pi}{2} \le \theta \le 0.$$

Следовательно, (9) можно переписать в виде:

$$\left.\begin{aligned} \Delta P_x &= -2R_P^2\Delta t\left[\int_0^\infty p_\gamma j(\omega)d\omega\int_{\frac{\pi}{2}}^0\rho(\theta)\cos^2\theta\sin^2\theta d\theta\int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi\right]=0,\\ \Delta P_y &= -2R_P^2\Delta t\left[\int_0^\infty p_\gamma j(\omega)d\omega\int_{\frac{\pi}{2}}^0\rho(\theta)\cos^2\theta\sin^2\theta d\theta\int_0^{2\pi}\sin\varphi d\varphi\right]=0 \end{aligned}\right\}. \tag{11}$$

Последние результаты имеют место благодаря тому факту, что

$$\int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi=\int_0^{2\pi}\sin\varphi d\varphi=0.$$

$$\begin{aligned} \Delta P_z &= R_P^2\Delta t\left[\int_0^\infty p_\gamma j(\omega)d\omega\int_{\frac{\pi}{2}}^0(1-\rho(\theta))\cos\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi+\right.\\ &\left.+2\int_0^\infty p_\gamma j(\omega)d\omega\int_{\frac{\pi}{2}}^0\rho(\theta)\cos^3\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi\right]=\\ &=2\pi R_P^2A_0\Delta t\left[\int_{\frac{\pi}{2}}^0(1-\rho(\theta))\cos\theta\sin\theta d\theta+2\int_{\frac{\pi}{2}}^0\rho(\theta)\cos^3\theta\sin\theta d\theta\right]=\\ &=-2\pi R_P^2A_0\Delta t\left[\frac{1}{2}+\mathcal{I}_1-2\mathcal{I}_2\right], \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$
\begin{aligned}
A_0 &= \int_0^\infty p_\gamma j(\omega) d\omega = \frac{R_\odot^2}{r_P^2 c} \sigma T_\odot^4, && (13) \\
\mathcal{I}_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\theta) \cos\theta \sin\theta d\theta, && (14) \\
\mathcal{I}_2 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\theta) \cos\theta \sin^3\theta d\theta. && (15)
\end{aligned}
$$

На основе теории Френеля

$$
\rho(\theta) = \frac{1}{2} S(\theta)^2 \left[1 + C(\theta)^2\right] \qquad (16)
$$

$$
C(\theta) = 1 + \frac{2}{n^2 - (n^2+1)\sin^2\theta} \sin^2\theta \left[\sin^2\theta - \sqrt{(n^2 - \sin^2\theta)(1 - \sin^2\theta)}\right],
$$

$$
S(\theta) = 1 - \frac{2}{n^2 - 1} \left[\sin^2\theta + \sqrt{(n^2 - \sin^2\theta)(1 - \sin^2\theta)} - 1\right] \qquad (17)
$$

$T_\odot$ – эффективная температура поверхности Солнца, k – постоянная Больцмана, $\hbar$ – постоянная Планка, σ – постоянная Стефана-Больцмана, n – показатель преломления вещества частицы, r_P – расстояние от центра Солнца до частицы, c – скорость света в вакууме.

С помощью математического пакета *Mathematica* 5.0

$$\mathcal{I}_1(n) = \frac{1}{6(n^2-1)^2(n^2+1)^3}\Bigg[1+3n^2-10n^3+18n^4-6n^5+10n^6-6n^7-3n^8-10n^9+$$

$$+3n^{10}+24(n^4+n^8)\ln[n]-3(n^2-4n^4+6n^6-4n^8+n^{10})\ln\left[\frac{n+1}{n-1}\right]\Bigg], \tag{18}$$

$$\mathcal{I}_2(n) = \frac{1}{192(n^2-1)^2(n^2+1)^4}\Bigg[16+6n+32n^2+50n^3-176n^4-122n^5+64n^6+$$

$$+578n^7-400n^8+578n^9-608n^{10}-122n^{11}+48n^{12}+50n^{13}+6n^{15}+768n^6\ln[n]\times$$

$$\times(1-n^2+n^4)-3(n^2-1)^4(1+12n^2+70n^4+12n^6+n^8)\ln\left[\frac{n+1}{n-1}\right]\Bigg]. \tag{19}$$

В итоге выражение для F_p принимает вид:

$$F_p = \frac{2\pi}{c}\frac{R_P^2}{r_P^2}R_\odot^2\sigma T_\odot^4\left[\frac{1}{2}+\mathcal{I}_1(n)-2\mathcal{I}_2(n)\right]. \tag{20}$$

Потенциал светового давления

$$U_{eff}^P = r_P\cdot F_p = \frac{2\pi}{c}\frac{R_P^2}{r_P}R_\odot^2\sigma T_\odot^4\left[\frac{1}{2}+\mathcal{I}_1(n)-2\mathcal{I}_2(n)\right]. \tag{21}$$

Эффективное световое давление (ЭСД) на частицу хвоста кометы определяется как отношение силы светового давления к площади большого круга сечения частицы:

$$P_{LP} = \frac{F_p}{\pi R_P^2} = \frac{2}{c}\frac{R_\odot^2}{r_P^2}\sigma T_\odot^4\left[\frac{1}{2}+\mathcal{I}_1(n)-2\mathcal{I}_2(n)\right]. \tag{22}$$

Для сравнения приведем аналитические выражения для силы светового давления и эффективного давления, представленные в работе [1]:

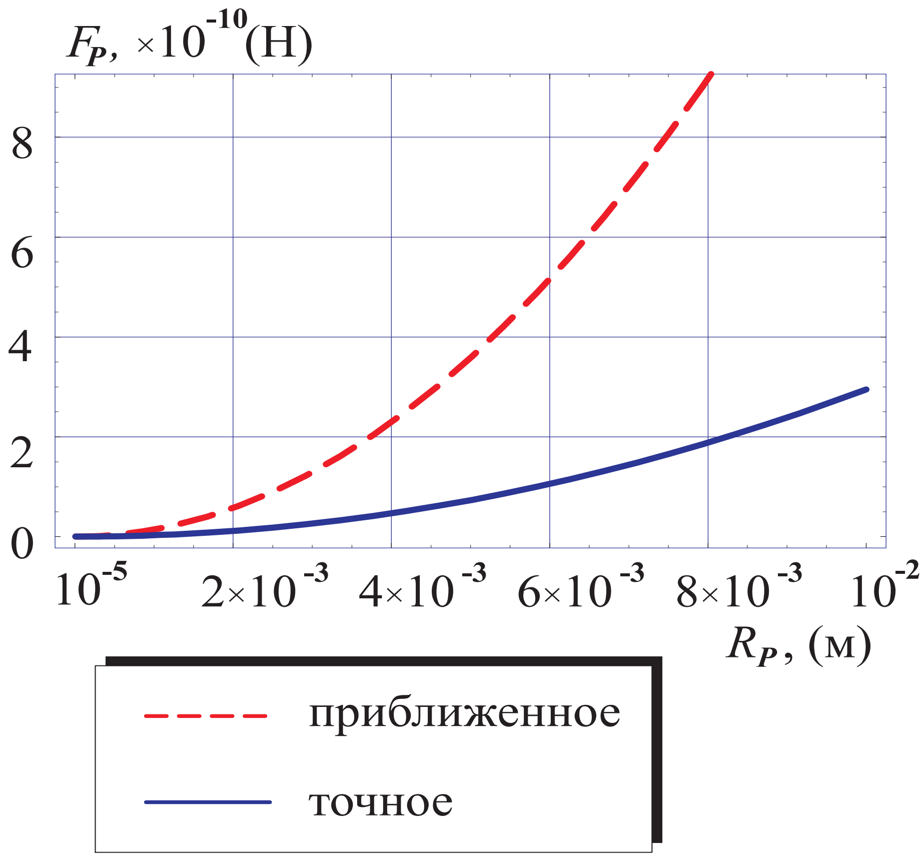
$$F_{old} = \frac{f_{sun}}{c}\pi R_P^2, \tag{23}$$

где $f_{sun} = (1366 \pm 4)\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ – солнечная постоянная.

$$P_{old}^{LP} = \frac{F_{old}}{\pi R_P^2} = \frac{f_{sun}}{c}. \tag{24}$$

3. Численные результаты и сравнительный анализ

3.1. Сила светового давления



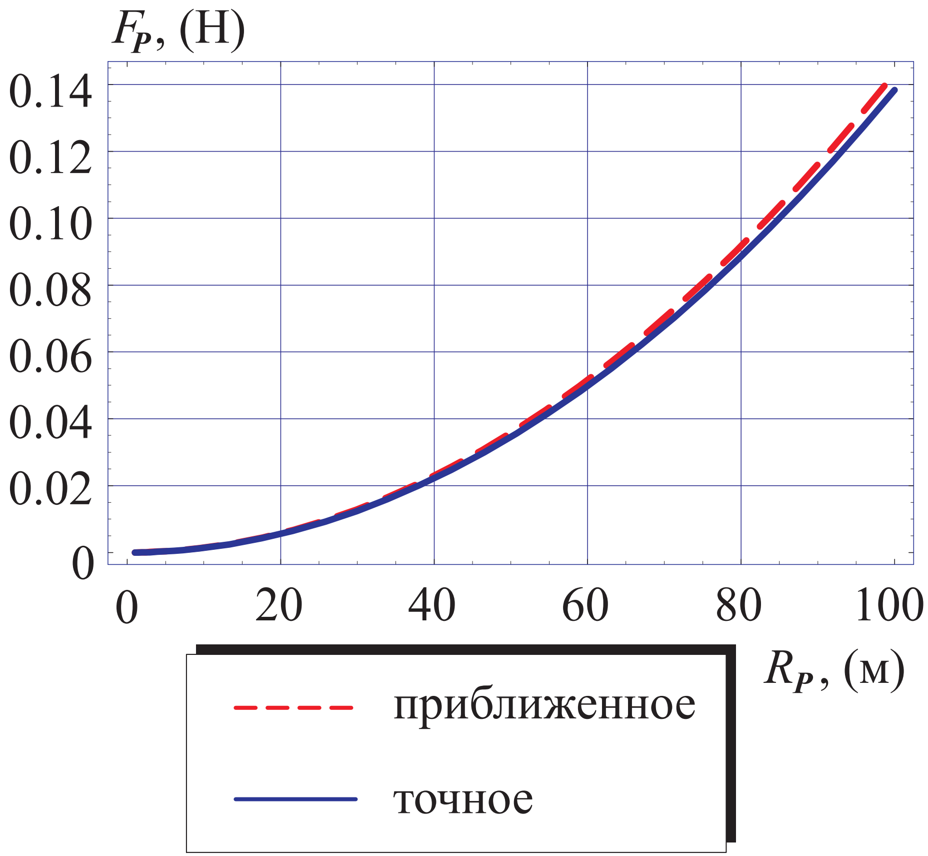


Рис. 1: Зависимость силы светового давления от радиуса частицы для случая $n = 1.577$, $r_P = 1$ а.е., $T_\odot = 5777.11$ K

Кинельская Дарья, Самарская областная физико-математическая школа

3.2. Сравнительный анализ силы притяжения и силы светового давления

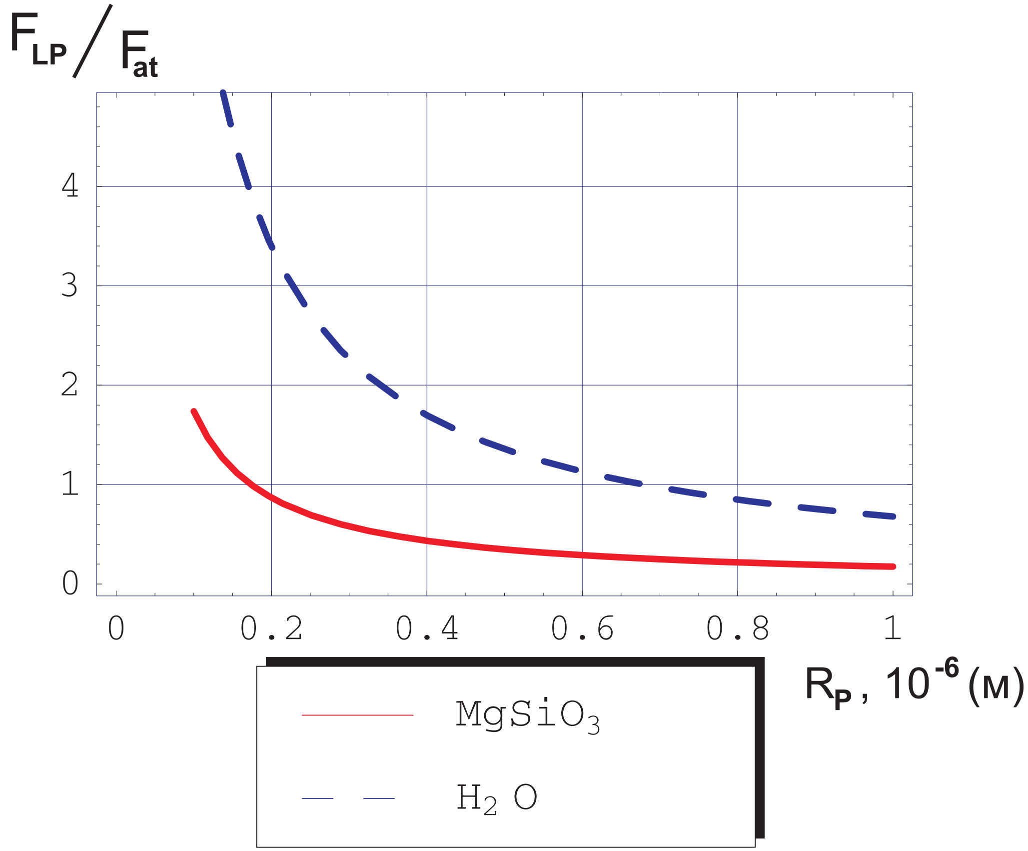


Рис. 2: Зависимость отношения силы светового давления к силе притяжения Солнца от радиуса частицы для случая $n = 1.577$ (пироксен), $n = 1.295$ (водяной лед), $r_P = 1$ а.е., $T_\odot = 5777$ K

Сила светового давления по сравнению с силой притяжения со стороны Солнца значительно меньше для частицы из пироксена, чем для частицы из водяного льда. Для водяной частицы равенство данных сил должно выполняться при $R_c = 0.7 \cdot 10^{-6}$ (м) (критический радиус), в то время как для силикатной частицы равенство достигается уже при $R_c = 0.2 \cdot 10^{-6}$ (м). Таким образом, значение критического радиуса для силикатной частицы по сравнению с радиусом водяной частицы при прочих одинаковых условиях меньше в 3.5 раза. Указанный факт косвенно свидетельствует о том, что пылевые диски, оставляемые кометой, должны быть более плотными в силу уменьшения критического радиуса.

3.3. Эффективное световое давление

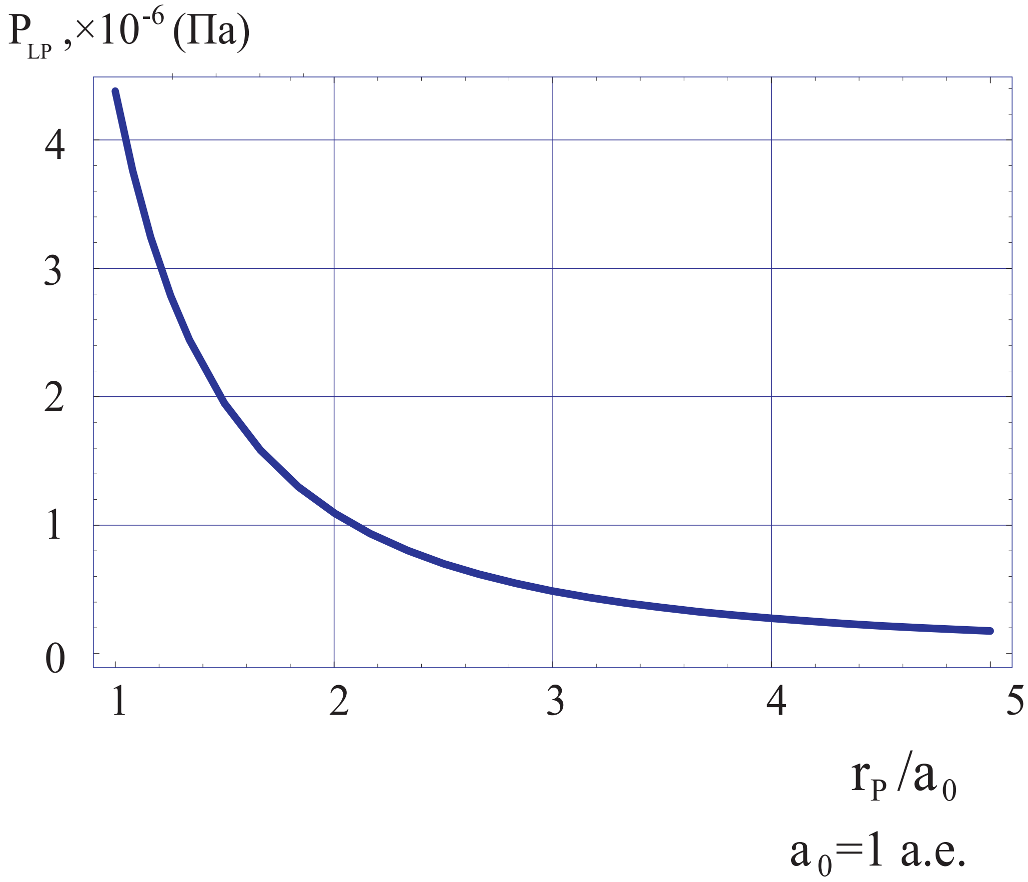


Рис. 3: Зависимость светового давления от гелиоцентрического расстояния частицы для случая $n = 1.577$, $T_{\odot} = 5777.11$ К, $R_P = 10^{-6}$ м

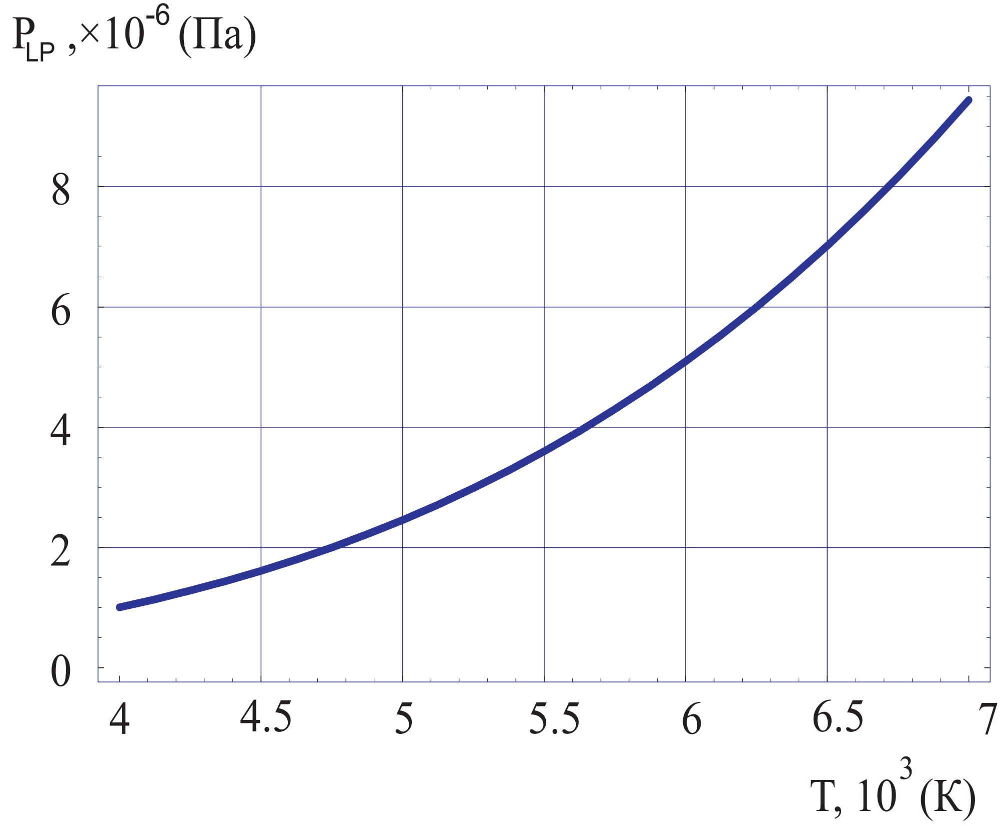


Рис. 4: Зависимость светового давления от температуры звезды для случая $n = 1.577$, $r_P = 1$ а.е., $R_P = 10^{-6}$ м

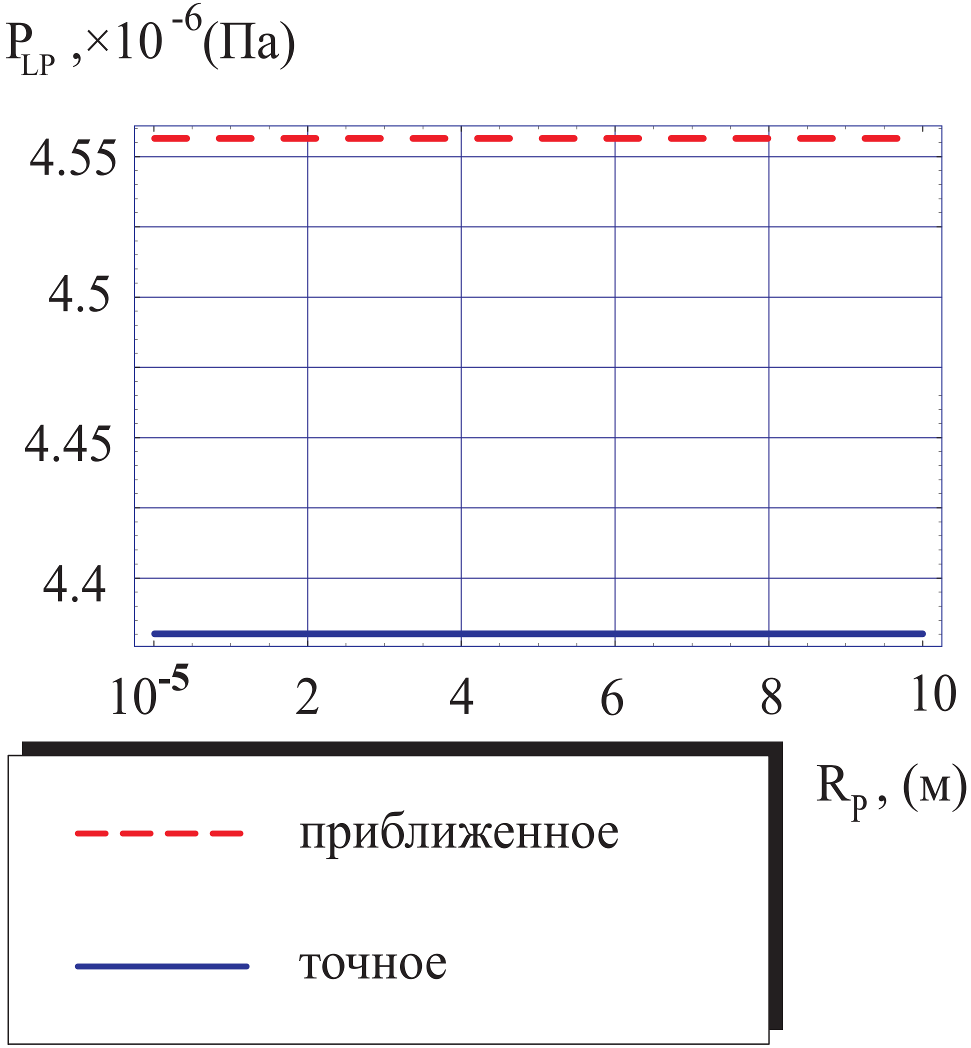


Рис. 5: Зависимость эффективного светового давления от радиуса частицы для случая $n = 1.577$, $r_P = 1$ а.е., $T_\odot = 5777.11$ К

Сравнение с экспериментом

Согласно работе П.Г. Куликовский Справочник любителя астрономии // под ред. В.Г. Сурдина, изд. 5-е, перераб. и полн. обновл. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 688с.

$$P_{exp} = 4.6 \cdot 10^{-6} \ \text{(Па)} \tag{25}$$

Сравнение с теорией

Согласно работе О.В. Добровольский Кометы // М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1966. – 288с.

$$P_{theory} = 4.56 \cdot 10^{-6} \ \text{(Па)} \tag{26}$$

Согласно теории Ми

$$P_{Mie} = 1.78 \cdot 10^{-6} \ \text{(Па)} \tag{27}$$

Наши результаты

$$P_{LP} = 4.38 \cdot 10^{-6} \ \text{(Па)} \tag{28}$$

4. Заключение

В данной работе:

- Проведен прецизионный расчет силы светового давления и эффективного светового давления на пылевые частицы хвоста кометы в приближении геометрической оптики, на основе разработанной модели.
- Исследованы зависимости силы светового давления и соответствующего эффективного давления от радиуса частицы, температуры звезды, гелиоцентрического расстояния частицы хвоста кометы. Проведено сравнение указанной силы с силой притяжения Солнца, а также с результатами предшественников.
- По аналогии с потенциалом центрального поля сил тяготения тела со сферически-симметричным распределением массы построен механический потенциал светового давления.
- Получено выражение для коэффициента отражения фотонов от поверхности частицы на основе волновых представлений о материи. Явно определена спектральная плотность потока фотонов.
- Полученные результаты могут быть использованы при высокоточном вычислении законов движения частицы хвоста кометы, исследовании физических характеристик как самой кометы, так и ближних окрестностей Солнца и Солнечной системы.

Благодарности

Мы выражаем большую благодарность за плодотворные дискуссии и ценные критические замечания преподавателям кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета, в особенности доктору физико-математических наук Башкирову Евгению Константиновичу.